

後期日程

# 数 学

## 注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。解答用紙は3枚、計算用紙は1枚で、問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があってから直ちに確認し、不備がある場合は監督者に申し出てください。
3. 各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入してください。
4. 解答は指定された解答用紙に記入してください。その際、解答用紙の番号を間違えないようにしてください。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰ってください。

実施年月日
30.3.12
富山大学

□1  $f(x)$  は区間  $[0, 1]$  で定義された連続関数で、区間  $(0, 1)$  で微分可能であり、次の方程式を満たすとする。

$$-ef(x) + e^{f(x)} = xe^x - e^x + 1$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 方程式  $f(x) = 1$  の解は  $x = 0$  のみであることを示せ。
- (2) 方程式  $f(x) = 0$  の解は  $x = 1$  のみであることを示せ。
- (3) 区間  $(0, 1)$  内の点  $a$  が  $0 < f(a) < 1$  を満たすとき、 $f'(a) < 0$  を示せ。
- (4) 方程式  $f(x) = \frac{1}{2}$  の解は区間  $(0, 1)$  においてただ1つ存在することを示せ。

(解答用紙は、□1を使用せよ)

□2  $C_1$  を半径 1 の円とし,  $T_1$  を  $C_1$  に内接する正 12 角形とする。  $C_2$  を  $T_1$  に内接する円とし,  $T_2$  を  $C_2$  に内接する正 12 角形とする。これを繰り返して正 12 角形  $T_1, T_2, T_3, \dots$  を定める。このとき, 次の問いに答えよ。

(1)  $S_1, S_2, S_3, \dots$  をそれぞれ  $T_1, T_2, T_3, \dots$  の面積とするととき, 和  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$  を求めよ。

(2)  $l_1, l_2, l_3, \dots$  をそれぞれ  $T_1, T_2, T_3, \dots$  の周の長さとするとき, 和  $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$  を求めよ。

(解答用紙は, □2 を使用せよ)

3 実数  $\alpha$  が  $\alpha^3 = 3$  を満たすとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\alpha$  が有理数でないことを証明せよ。
- (2) 整式  $x^3 - 3$  を  $x^2 + px + q$  で割ったときの商  $A(x)$  と余り  $B(x)$  を求めよ。ただし、 $p, q$  は実数とする。
- (3)  $\alpha^2 + p\alpha + q = 0$  を満たす有理数  $p, q$  は存在しないことを背理法を用いて証明せよ。

(解答用紙は、3 を使用せよ)