

令和3年度  
理学部 数学科  
学校推薦型選抜

小論文

注意事項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。解答用紙は3枚、計算用紙は1枚で、問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があってから直ちに確認し、不備がある場合は監督者に申し出てください。
3. 受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入してください。その際、解答用紙の番号を間違えないようにしてください。指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子、計算用紙は持ち帰ってください。

1  $\theta$  を  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  を満たす実数として、平面上の3点  $O(0,0)$ ,  $A(2,0)$ ,  $B(2 \cos 2\theta, 2 \sin 2\theta)$  を考える。次の問いに答えよ。

- (1) 辺  $AB$  の長さを  $\sin \theta$  を用いて表せ。
- (2)  $\triangle OAB$  の内接円の半径  $r$  を  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  を用いて表せ。
- (3)  $\triangle OAB$  の内心の  $x$  座標を  $f(\theta)$ ,  $y$  座標を  $g(\theta)$  とおく。  $f(\theta)$ ,  $g(\theta)$  をそれぞれ  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  を用いて表せ。
- (4) 関数  $h(\theta)$  を  $h(\theta) = f'(\theta)g(\theta)$  とおく。ただし、 $f'(\theta)$  は  $f(\theta)$  の導関数とする。  
 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  において  $h(\theta)$  の最小値、および最小値を与える  $\theta$  の値を求めよ。

(解答用紙は、1 を使用せよ)

2 四則演算では、例えば次のように ( ) 内を優先して計算する規則になっている。

$$(8 \div 2) \div (6 \div 3) = 4 \div 2 = 2$$

当然、( ) の位置によって計算結果は異なってくる。例えば

$$8 \div \{(2 \div 6) \div 3\} = 8 \div \left( \frac{1}{3} \div 3 \right) = 8 \div \frac{1}{9} = 72$$

となる。

このことを念頭において、以下の問題に答えよ。

$t$  を 1 でない実数とする。平面上のベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  に対して、演算  $\vec{a} \triangleright \vec{b}$  を次のように定義する。

$$\vec{a} \triangleright \vec{b} = t \vec{a} + (1-t) \vec{b}$$

(1) 平面上のベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  について、

$$(\vec{a} \triangleright \vec{b}) \triangleright \vec{c} = (\vec{a} \triangleright \vec{c}) \triangleright (\vec{b} \triangleright \vec{c})$$

が成り立つことを示せ。

(2) 平面上のベクトル  $\vec{a}$  について、 $\vec{a} \triangleright \vec{a} = \vec{a}$  が成り立つことを示せ。

(3) 平面上のベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  に対して、平面上のベクトル  $\vec{c}$  で次の性質を満たすものを  $t$  と  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  を用いて表せ。

$$\vec{a} \triangleright \vec{c} = \vec{b}$$

以下、この  $\vec{c}$  を  $\vec{b} \triangleleft \vec{a}$  と表す。

(4) 平面上のベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  について、

$$(\vec{a} \triangleright \vec{b}) \triangleleft \vec{a} = \vec{b}$$

が成り立つことを示せ。

(解答用紙は、2 を使用せよ)

3 平面上の  $\triangle ABC$  を考える。 $n$  を自然数とし、辺  $BC$  を  $n:1$  に内分する点を  $P_n$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 次の等式を示せ。

$$|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2 = 2(|\overrightarrow{AP_1}|^2 + |\overrightarrow{CP_1}|^2)$$

(2) 次の等式を示せ。

$$|\overrightarrow{AB}|^2 + n|\overrightarrow{AC}|^2 = (n+1)(|\overrightarrow{AP_n}|^2 + n|\overrightarrow{CP_n}|^2)$$

(3) 平面上の四角形  $PQRS$  は次の条件を満たすとする。ただし、4点  $P, Q, R, S$  はこの順に反時計回りに並んでいるとする。

$$\overrightarrow{SR} = n\overrightarrow{PQ}, \quad |\overrightarrow{PR}| = |\overrightarrow{QS}|$$

このとき、平面上の任意の点  $T$  について、次の等式を示せ。

$$n(|\overrightarrow{TP}|^2 - |\overrightarrow{TQ}|^2) = |\overrightarrow{TS}|^2 - |\overrightarrow{TR}|^2$$

(解答用紙は、3 を使用せよ)

採点

見本

科目	小論文
----	-----

受験番号					

注意

- (1) 受験番号（1か所）を記入すること。
- (2) 解答は下線から下部に書くこと。下線から上部、および裏面には解答を書かないこと。

1

採点

令和3年度 理学部 数学科 学校推薦型選抜  
解答用紙

採点

見本

科目	小論文
----	-----

受験番号					

注意

- (1) 受験番号（1か所）を記入すること。
- (2) 解答は下線から下部に書くこと。下線から上部、および裏面には解答を書かないこと。

2

採点

令和3年度 理学部 数学科 学校推薦型選抜  
解答用紙

採点

見本

科目	小論文
----	-----

受験番号					

注意

- (1) 受験番号(1か所)を記入すること。
- (2) 解答は下線から下部に書くこと。下線から上部、および裏面には解答を書かないこと。

3

採点

見本

計算用紙