平成31年度入試（平成30年度実施）の情報開示
解答例について

入試の区分	一般入試（前期日程）
学部学科等	理・工・都市デザイン学部
教科・科目名	数学／ 数学（理・工・都デ）
正解・解答例 又は出題 （面接）意図	（解答例） 別紙のとおり
備　　考	

見本

受験番号

数学 (3—1)	採点

数　学

（3 枚中の　第 1 枚）

志望学部	受験番号
理・工・都 学部	

注　意
(1)　志望学部（1 か所）と，受験番号（2 か所）を記入すること。
(2)　解答は下線から下部に書くこと。下線から上部，および裏面には解答を書かないこと。

解答用紙

1

（略解）

(1) 与式に $x=0$ を代入して $f(0)=0$ を得る．与式に $x=1$ を代入して $f(0)=0$ であることを用いれば，$f(1)=5$ を得る．与式に $x=2$ を代入して $f(1)=5$ であることを用いれば，$f(4)=176$ を得る．

(2) $f(x)$ は n 次式であるから，$f(x^2)$ は $2n$ 次式である．$f(x)$ は n 次式であるから，$f(x-1)$ も n 次式である．従って $x^3f(x-1)$ は $n+3$ 次式である．

(3) $n \geqq 4$ であると仮定すれば $n+3 \geq 7 > 5$ であるから，与式の右辺の次数は $n+3$ である．与式の左辺の次数は $2n$ であるから，$2n = n+3$ でなければならない．すなわち $n=3$ となって，$n \geqq 4$ と仮定したことに矛盾する．

(4) (3) より $f(x)$ は 3 次以下の整式であるから，ある実数 a, b, c, d を用いて

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

と書ける．与式の右辺と左辺を比較することにより，

$$\begin{cases} 0 = -3a + b + 3 \\ b = 3a - 2b + c + 3 \\ 0 = -a + b - c + d - 1 \\ c = 0 \\ d = 0 \end{cases}$$

を得る．これを解いて $a=2, b=3, c=0, d=0$ を得る．すなわち，$f(x) = 2x^3 + 3x^2$ である．

採点

見本

受 験 番 号

数 学 (3—2)	採 点

数　学

(3枚中の　第2枚)

志 望 学 部	受 験 番 号
理・工・都 学部	

注　意
(1) 志望学部(1か所)と，受験番号(2か所)を記入すること。
(2) 解答は下線から下部に書くこと。下線から上部，および裏面には解答を書かないこと。

解答用紙

2

(略解)

(1) 円 C の方程式は $x^2+(y-2)^2=4$ である．よって C 上の点 $\mathrm{S}(x_2,y_2)$ を通る円 C の接線の方程式は

$$x_2x+(y_2-2)(y-2)=4$$

であり，この接線が点 $\mathrm{Q}(2\sqrt{3},4)$ を通ることから，

$$\sqrt{3}x_2+y_2=4$$

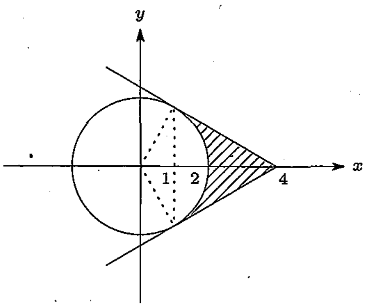
を得る．一方，点 $\mathrm{S}(x_2,y_2)$ は円 C 上の点であるから，$x_2^2+(y_2-2)^2=4$．この式に $y_2=4-\sqrt{3}x_2$ を代入して，$x_2(x_2-\sqrt{3})=0$ を得る．x_1 も全く同様の式を満たす．よって x_1,x_2 の一方が 0 で他方が $\sqrt{3}$ である．$x_1<x_2$ であるから，$x_2=\sqrt{3}, y_2=4-3=1$ を得る．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{PR}}=(0,2)$，$\overrightarrow{\mathrm{PS}}=(\sqrt{3},-1)$ であるから，

$$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{\mathrm{PR}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PS}}}{|\overrightarrow{\mathrm{PR}}|\,|\overrightarrow{\mathrm{PS}}|}=\frac{-2}{2\cdot2}=-\frac{1}{2}$$

$0<\theta<\pi$ であるから．$\theta=\dfrac{2}{3}\pi$

(3) ∠RQS の二等分線は，QP と一致する．このことから求める回転体の体積は，下図の斜線部分を x 軸のまわりに一回転させてできる回転体の体積と等しい．



よって求める回転体の体積を V とすれば，

$$\begin{aligned}V&=\frac{1}{3}\cdot\pi\left(\sqrt{3}\right)^2\cdot(4-1)-\pi\int_1^2(4-x^2)\,dx\\&=3\pi-\pi\left(4-\frac{7}{3}\right)\\&=\frac{4}{3}\pi\end{aligned}$$

である．

採 点

受験番号

数学（3—3）	採点

見本

数学

（3枚中の　第3枚）

志望学部	受験番号
理・工・都学部	

注意
(1) 志望学部（1か所）と，受験番号（2か所）を記入すること。
(2) 解答は下線から下部に書くここと。下線から上部，および裏面には解答を書かないこと。

解答用紙

3

（略解）

(1) $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ であるから $\cos\theta>0$．従って

$$x\cos\theta-\sin\theta=0$$

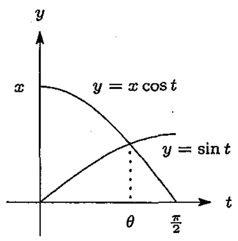
のとき，$x=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\tan\theta$．故に

$$x^2+1=\tan^2\theta+1=\frac{1}{\cos^2\theta}$$

$\cos\theta>0$ より

$$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$
$$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

(2) $x>0$ であるから，$0<t<\frac{\pi}{2}$ の範囲で，$y=x\cos t$，$y=\sin t$ のグラフは下図のようになり，これらはある1点 $t=\theta$ $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ で交わる．



従って

$$\begin{aligned} f(x)&=\int_0^{\theta}(x\cos t-\sin t)\,dt+\int_{\theta}^{\frac{\pi}{2}}(\sin t-x\cos t)\,dt \\ &=2(x\sin\theta+\cos\theta)-x-1 \end{aligned}$$

この式に $\sin\theta=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, $\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ を代入して

$$f(x)=2\sqrt{x^2+1}-x-1$$

を得る．よって

$$f'(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}-1=\frac{3x^2-1}{\sqrt{x^2+1}(2x+\sqrt{x^2+1})}$$

$x>0$ であるから，$f(x)=0$ となるのは $x=1/\sqrt{3}$ のときのみで．$f(x)$ の $x>0$ での増減は下記の表のようになる．

x		$\frac{1}{\sqrt{3}}$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	最小	↗

従って $f(x)$ の最小値は $f(1/\sqrt{3})=\sqrt{3}-1$ である．

採点