平成31年度入試（平成30年度実施）の情報開示
解答例について

入試の区分	一般入試（前期日程）
学部学科等	医・薬学部
教科・科目名	数学／ 数学（医・薬）
正解・解答例 又は出題 （面接）意図	（解答例） 別紙のとおり
備　　考	

受験番号

数学 (3—1)	採点

見本

数学

(3枚中の　第1枚)

志望学部	受験番号
医・薬　学部	

注意
(1) 志望学部(1か所)と，受験番号(2か所)を記入すること。
(2) 解答は下線から下部に書くこと。下線から上部，および裏面には解答を書かないこと。

解答用紙

1

(略解)

(1) 与式に $x=0$ を代入して $f(0)=0$ を得る．与式に $x=1$ を代入して $f(0)=0$ であることを用いれば，$f(1)=5$ を得る．与式に $x=2$ を代入して $f(1)=5$ であることを用いれば，$f(4)=176$ を得る．

(2) $f(x)$ は n 次式であるから，$f(x^2)$ は $2n$ 次式である．$f(x)$ は n 次式であるから，$f(x-1)$ も n 次式である．従って $x^3f(x-1)$ は $n+3$ 次式である．

(3) $n \geqq 4$ であると仮定すれば $n+3 \geq 7 > 5$ であるから，与式の右辺の次数は $n+3$ である．与式の左辺の次数は $2n$ であるから，$2n=n+3$ でなければならない．すなわち $n=3$ となって，$n \geqq 4$ と仮定したことに矛盾する．

(4) (3) より $f(x)$ は3次以下の整式であるから，ある実数 a, b, c, d を用いて

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$$

と書ける．与式の右辺と左辺を比較することにより，

$$\begin{cases} 0=-3a+b+3 \\ b=3a-2b+c+3 \\ 0=-a+b-c+d-1 \\ c=0 \\ d=0 \end{cases}$$

を得る．これを解いて $a=2, b=3, c=0, d=0$ を得る．すなわち，$f(x)=2x^3+3x^2$ である．

採点

見本

受験番号

数学 (3―2)	採点

数　学

（3枚中の　第2枚）

志望学部	受験番号
医・薬 学部	

注　意
(1) 志望学部(1か所)と，受験番号(2か所)を記入すること。
(2) 解答は下線から下部に書くこと。下線から上部，および裏面には解答を書かないこと。

解答用紙

2

（略解）

(1) $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ であるから $\cos\theta > 0$. 従って

$$x\cos\theta - \sin\theta = 0$$

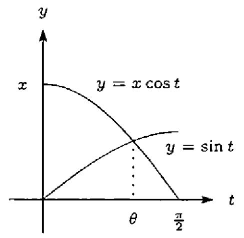
のとき，$x = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$. 故に

$$x^2 + 1 = \tan^2\theta + 1 = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$\cos\theta > 0$ より

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$
$$\sin\theta = \tan\theta\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

(2) (a) $x > 0$ のとき，$0 < t < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で，$y = x\cos t$, $y = \sin t$ のグラフは下図のようになり，これらはある1点 $t = \theta$ $\left(0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ で交わる.



従って

$$f(x) = \int_0^{\theta} (x\cos t - \sin t)\,dt + \int_{\theta}^{\frac{\pi}{2}} (\sin t - x\cos t)\,dt$$
$$= 2(x\sin\theta + \cos\theta) - x - 1$$

この式に $\sin\theta = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, $\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ を代入して

$$f(x) = 2\sqrt{x^2+1} - x - 1$$

(b) $x \leqq 0$ のとき，$0 < t < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で

$$x\cos t - \sin t \leqq 0$$

であるから，

$$f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (-x\cos t + \sin t)\,dt = -x + 1$$

(a), (b) より

$$f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x^2+1} - x - 1 & (x > 0) \\ -x + 1 & (x \leqq 0) \end{cases}$$

$x > 0$ のとき

$$f'(x) = -1 + \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{3x^2 - 1}{\sqrt{1+x^2}(2x + \sqrt{1+x^2})}.$$

となるから，$f(x)$ の増減は次の表のようになる.

x		0		$\frac{1}{\sqrt{3}}$	
$f'(x)$			$-$	0	$+$
$f(x)$	↘		↘	最小	↗

従って $f(x)$ の最小値は $f(1/\sqrt{3}) = \sqrt{3} - 1$ である.

採点

見本

受験番号

数学 (3—3)	採点

数　　学

（3枚中の　第3枚）

志望学部	受験番号
医・薬　学部	

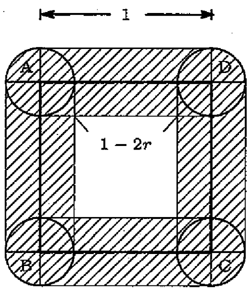
注　意
(1)　志望学部（1か所）と，受験番号（2か所）を記入すること。
(2)　解答は下線から下部に書くこと。下線から上部，および裏面には解答を書かないこと。

解答用紙

3

（略解）

(1) (a) $1 > 2r$ のとき，点 P を中心とする半径 r の円が通過する部分は図の斜線部分のようになる．



故に

$$S(r) = 1 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{\pi r^2}{4} + 4 \cdot 1 \cdot r - (1 - 2r)^2$$
$$= (\pi - 4)r^2 + 8r$$

(b) $1 \leqq 2r$ の場合．上図と異なり，点 P を中心とする半径 r の円は，四角形 ABCD の内部全体を通過する．故に

$$S(s) = 1 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{\pi r^2}{4} + 4 \cdot 1 \cdot r = \pi r^2 + 4r + 1$$

(a), (b) より

$$S(r) = \begin{cases} (\pi - 4)r^2 + 8r & (0 < r < \frac{1}{2}) \\ \pi r^2 + 4r + 1 & (\frac{1}{2} \leqq r) \end{cases}$$

(2) 空間内の四角形 ABCD が xy-平面上にあるように空間座標をとって考察する．点 P を中心とする半径 1 の球の $z = t$ における切り口は円であり，その半径は $r(t) = \sqrt{1 - t^2}$ となる．$|t| \leqq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ のとき $r(t) \geqq \dfrac{1}{2}$ であり，$\dfrac{\sqrt{3}}{2} < |t| < 1$ のとき，$0 < r(t) < \dfrac{1}{2}$ である．従って，半径 1 の球が通過する部分の $z = t$ における切り口の面積 $S(t)$ は，(1) から

$$S(t) = \begin{cases} \pi r(t)^2 + 4r(t) + 1 & (|t| \leqq \frac{\sqrt{3}}{2}) \\ (\pi - 4)r(t)^2 + 8r(t) & (\frac{\sqrt{3}}{2} < |t| \leqq 1) \end{cases}$$
$$= \begin{cases} \pi(1 - t^2) + 4\sqrt{1 - t^2} + 1 & (|t| \leqq \frac{\sqrt{3}}{2}) \\ (\pi - 4)(1 - t^2) + 8\sqrt{1 - t^2} & (\frac{\sqrt{3}}{2} < |t| \leqq 1) \end{cases}$$

となる．よって，求める体積 V は

$$V = 2\left[\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left\{\pi(1 - t^2) + 4\sqrt{1 - t^2} + 1\right\} dt + \int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 \left\{(\pi - 4)(1 - t^2) + 8\sqrt{1 - t^2}\right\} dt\right]$$

となる．これを計算して

$$V = 4\pi + 3\sqrt{3} - \frac{16}{3}$$

を得る．

採点