

令和3年度入試（令和2年度実施）の情報開示
出題意図について

入試の区分	一般選抜（後期日程）
学部学科等	工学部 工学科生命工学コース
教科・科目名	その他 / 総合問題
正解・解答例 又は出題 (面接)意図	(出題意図) 別紙の解答例を参照下さい。
備 考	

解 答 用 紙

問題番号	1
------	---

受験番号

解答例

- 数列 $\{a_n\}$ の定義式に対し、 $n = 2, 3, 4, 5$ を代入して計算すれば $a_3 = 2, a_4 = 3, a_5 = 5, a_6 = 8$ と求まる。
- $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6) = (1, 1, 2, 3, 5, 8)$ であるので、連続する3項を順に調べると $a_1 + a_2 = a_3, a_2 + a_3 = a_4, a_3 + a_4 = a_5, a_4 + a_5 = a_6$ が成り立っていることがわかる。これより、一般の3項間 (a_n, a_{n+1}, a_{n+2}) において $a_n + a_{n+1} = a_{n+2}$ が成り立つと予想できる。
- 解と係数の関係より $\alpha + \beta = -(-1) = 1, \alpha\beta = -1$ となる。数列 $\{b_n\}$ は $b_{n+2} = b_{n+1} + b_n$ を満たすため、 α, β を用いて、 $b_{n+2} = 1 \times b_{n+1} - (-1) \times b_n = (\alpha + \beta)b_{n+1} - \alpha\beta b_n$ と式変形できる。この式からさらに変形すれば、

$$b_{n+2} - \alpha b_{n+1} = \beta b_{n+1} - \alpha\beta b_n = \beta(b_{n+1} - \alpha b_n), b_{n+2} - \beta b_{n+1} = \alpha b_{n+1} - \alpha\beta b_n = \alpha(b_{n+1} - \beta b_n)$$
 となり、問題文の2式が成り立つことが言える。
- 問題(3)より、 $b_{n+2} - \alpha b_{n+1} = \beta(b_{n+1} - \alpha b_n), b_{n+2} - \beta b_{n+1} = \alpha(b_{n+1} - \beta b_n)$ であるので、 $b_{n+1} - \alpha b_n = c_n$ および $b_{n+1} - \beta b_n = d_n$ とすれば、上の2式は $c_{n+1} = \beta c_n, d_{n+1} = \alpha d_n$ と表せる。これらはそれぞれ等比数列であるので、一般項 c_n および d_n は $c_n = \beta^{n-1}c_1, d_n = \alpha^{n-1}d_1$ となる。 $c_1 = b_2 - \alpha b_1$ および $d_1 = b_2 - \beta b_1$ であるので、 $b_{n+1} - \alpha b_n = \beta^{n-1}(b_2 - \alpha b_1), b_{n+1} - \beta b_n = \alpha^{n-1}(b_2 - \beta b_1)$ となる。したがって、 b_{n+1} は

$$b_{n+1} = \alpha b_n + \beta^{n-1}(b_2 - \alpha b_1), b_{n+1} = \beta b_n + \alpha^{n-1}(b_2 - \beta b_1)$$
 の2通りで表せる。
- 問題(2)より、数列 $\{a_n\}$ に関して $a_n + a_{n+1} = a_{n+2}$ が成り立つと予想された。今、数列 $\{a_n\}$ の元々の定義式の両辺に a_{n+1}^2 を加えると、

$$\sum_{k=1}^n a_k^2 + a_{n+1}^2 = a_n a_{n+1} + a_{n+1}^2 = a_{n+1} a_{n+2} \quad (\text{式1})$$

が成り立つ。今、(式1)の左辺は $a_k^2 (1 \leq k \leq n+1)$ の和であり、かつ $a_1 = a_2 = 1$ であることは既知であるため、任意の自然数 n に対して

$$a_{n+1} a_{n+2} = \sum_{k=1}^{n+1} a_k^2 \geq a_1^2 + a_2^2 = 2$$

であることがわかる。したがって、 $a_{n+1} \neq 0$ であることがわかるため、(式1)を a_{n+1} で除してやると $a_n + a_{n+1} = a_{n+2}$ となり、予想が正しいことが証明された。ここで数列 $\{a_n\}$ の予想した漸化式と数列 $\{b_n\}$ の漸化式を比べてみると、全く同じ形をしていることがわかる。したがって、 $x^2 - x - 1 = 0$ の解を α, β とすれば、問題(4)より $a_{n+1} = \alpha a_n + \beta^{n-1}(a_2 - \alpha a_1), a_{n+1} = \beta a_n + \alpha^{n-1}(a_2 - \beta a_1)$ と表される。 $a_1 = a_2 = 1$ であり、 $\alpha + \beta = 1$ であることから、 $a_2 - \alpha a_1 = 1 - \alpha = \beta, a_2 - \beta a_1 = 1 - \beta = \alpha$ となる。したがって、 $a_{n+1} = \alpha a_n + \beta^{n-1}(a_2 - \alpha a_1) = \alpha a_n + \beta^n$ および $a_{n+1} = \beta a_n + \alpha^{n-1}(a_2 - \beta a_1) = \beta a_n + \alpha^n$ と表すことができる。上の2式から a_{n+1} を消去することで、 $(\beta - \alpha)a_n = \beta^n - \alpha^n$ が導き出せる。 α および β はそれぞれ $x^2 - x - 1 = 0$ の解であるため、その値を当てはめれば、一般項 a_n は以下の式で表される。

$$a_n = \frac{\beta^n - \alpha^n}{\beta - \alpha} = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right\} \quad (\text{ただし } n \geq 1)$$

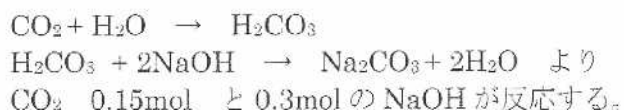
解 答 用 紙

問題番号	3
------	---

受験番号

- (1) ① ビーカーにまず 500mL くらい水を入れる。
 ② 濃硫酸 0.1mol は 9.8 g に相当する。必要な硫酸量を V(mL) とすると、
 $\{[1.84(\text{g}/\text{cm}^3) \times V(\text{mL}) \times 0.98]/98.00(\text{g}/\text{mol})\}/1.00(\text{L})=0.100(\text{mol}/\text{L})$ より $V=5.43\text{mL}$
 5.4 mL を、安全ピペッターをつけたメスピペットではかり、静かに水の中に入れる。
 ③ ②の溶液を 1000 mL のメスフラスコに移す。
 ④ ビーカー内部に水を入れその液もメスフラスコに入れる。
 ⑤ ④の操作を数回繰り返す
 ⑥ 水を標線まで入れる。（最後のところは駒込ピペットで一滴ずつ入れる。）
 ⑦ 栓をして上下によく振り、均一にする。
- (2) ① 二酸化炭素を吸収させて生成した水溶液を 10mL のホールピペットに少量取り、共洗いを
 する。
 ② 10mL のホールピペットに水溶液を取り、コニカルビーカーに入れる。最終的にはホールピ
 ペットの上部の穴を指でふさぎ、ホールピペットの膨らんだ部分を掌で握り、体温で温めず
 べてを出す。（または安全ピペッターを用いてホールピペットを用いて取るのも可）。
 ③ ビュレットにモル濃度 0.100 mol/L の硫酸水溶液を少量入れ共洗いを。
 ④ ビュレットにモル濃度 0.100 mol/L の硫酸水溶液を入れ、液を少し出して活栓の下の空気
 を追い出す。
 ⑤ ビュレットの液面のメニスカスの最下端に目を合わせ、目盛を最小目盛の 10 分の 1 まで読
 む。
 ⑥ コニカルビーカーの中の水溶液に指示薬を入れる。
 ⑦ 指示薬の色が変化するまでビュレットから硫酸水溶液を滴下する。
 ⑧ 目盛を⑤と同様に読み、差を計算する。

- (3) $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_3 + 5\text{O}_2 \rightarrow 3\text{CO}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$
 プロパン 1mol から 3mol の CO_2 がでる。
 プロパン 2.2 g は $2.2/44 = 0.05\text{mol}$ なので、 CO_2 は 0.15mol 生じる。



NaOH 溶液 400mL に $2.00 \times 0.4 = 0.8\text{mol}$ の NaOH が含まれる。
 そのうち 0.3mol の NaOH が消費されるので
 400mL 中に NaOH が 0.5mol と Na_2CO_3 が 0.15mol 残る。

フェノールフタレインの色が消えるまでには
 $\text{NaOH} + 1/2 \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow 1/2 \text{Na}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}$

と
 $\text{Na}_2\text{CO}_3 + 1/2 \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{NaHCO}_3 + 1/2 \text{Na}_2\text{SO}_4$
の反応が起こる。

NaOH , Na_2CO_3 、それぞれと中和反応する硫酸溶液の体積を $V_1(\text{mL})$, $V_2(\text{mL})$ とすると、
400mL の溶液中で

$$\begin{aligned} 1/2 \times [0.5 (\text{mol})/400 (\text{mL})] \times 10.0 (\text{mL}) &= 0.100 (\text{mol/L}) \times V_1 (\text{mL}) \times 10^{-3} \\ 1/2 \times [0.15 (\text{mol})/400 (\text{mL})] \times 10.0 (\text{mL}) &= 0.100 (\text{mol/L}) \times V_2 (\text{mL}) \times 10^{-3} \end{aligned}$$

求める体積を $V_{\text{total}}(\text{mL})$ とすると

$$\begin{aligned} V_{\text{total}} &= V_1 + V_2 \\ &= 1/2 \times [0.5 (\text{mol})/400(\text{mL}) + 0.15(\text{mol})/400(\text{mL})] / (0.100 \times 10^{-3}) \\ &= 81.25(\text{mL}) \end{aligned}$$

答え 81.3mL

出題意図

- ・薬品の安全な取扱いに対する知識があるか？
- ・机上の理論ではなく、実験操作の手順と意味を理解し、実施できる知識を有しているか。
- ・滴定の理論を理解し、計算ができるか？

解 答 用 紙

問題番号	4
------	---

受験番号

問1 5'-TAGCATCG-3' と 5'-CTAGCTGA-3'

問2 2サイクル目 100塩基と90塩基からなる2本鎖DNAが1分子
100塩基と80塩基からなる2本鎖DNAが1分子
90塩基と70塩基からなる2本鎖DNAが1分子
80塩基と70塩基からなる2本鎖DNAが1分子

問3 n サイクル目 100+90塩基の2本鎖DNAが1分子
100+80塩基の2本鎖DNAが1分子
90+70塩基の2本鎖DNAが $n-1$ 分子
80+70塩基の2本鎖DNAが $n-1$ 分子
70+70塩基の2本鎖DNAが 2^{n-2} n 分子

問4 DNAポリメラーゼの失活,
ヌクレオチド (dNTP) の枯渇,
プライマーの枯渇 など