

後期日程

数 学

注 意

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。
3. 解答用紙は3枚、計算用紙は1枚で、問題冊子とは別になっています。
4. 試験開始の合図があってから直ちに問題冊子、解答用紙、計算用紙を確認し、不備がある場合は監督者に申し出てください。
5. すべての解答用紙の所定の欄に、受験番号を記入してください。
6. 解答は指定された解答用紙の表面に記入してください。その際、解答用紙の番号を間違えないようにしてください。指定された解答用紙以外や解答用紙の裏面に記入した解答は、評価（採点）の対象としません。
7. 試験終了後、問題冊子と計算用紙は持ち帰ってください。

1 x の整式で表される 2 つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ は次の 3 つの条件 (a), (b), (c) を満たすとする。

(a) $\frac{d}{dx} \{f(x) + g(x)\} = 3$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 - 5x^2}{2x} = 0$

(c) $f(0) = 1, g(0) = -2$

次の問いに答えよ。

(1) $f(x) + g(x)$ を求めよ。

(2) $f(x)g(x)$ を求めよ。

(3) $f(x)$ と $g(x)$ を求めよ。

(4) 次の定積分を求めよ。

$$\int_0^1 \frac{f(x)}{\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2} dx$$

(解答用紙は 1 を使用せよ)

2 正の整数 n に対して, $I_n = \int_1^e (\log x)^n dx$ とおく。

(1) I_{n+1} を n と I_n を用いて表せ。

(2) すべての正の整数 n について, I_n が次の形で表されることを数学的帰納法を用いて示せ。

$$I_n = (-1)^{n+1} n! + a_n e \quad (\text{ただし, } a_n \text{ は整数})$$

(3) (2) で定まる数列 $\{a_n\}$ に対して, 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = \frac{a_{n+1}}{(n+1)!} + \frac{a_n}{n!}$$

で定める。すべての正の整数 n について, 不等式 $\sum_{k=1}^n b_k < 1$ が成り立つことを示せ。

(解答用紙は **2** を使用せよ)

3 O を原点とする座標空間において、3 点 A, B, P の座標をそれぞれ $A(1, 5, 0), B(4, 2, \sqrt{6}), P(r, r, 0)$ とする。ただし、 r は実数とする。

(1) $\overrightarrow{PA}$ と $\overrightarrow{PB}$ のなす角が最大となるような点 P の座標を求めよ。

(2) (1) で求めた点 P に対し、点 Q を $\overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{OA}$ かつ $\overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{OB}$ となるような平面 OAB 上の点とする。実数 s, t を用いて $\overrightarrow{OQ} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ と表すとき、 s と t の値を求めよ。

(3) (1), (2) で定まる 2 点 P, Q に対して、四面体 $PQAB$ の体積を求めよ。

(解答用紙は **3** を使用せよ)

受	験	番	号

数 学	採 点
(3—1)	

数 学

(3 枚中の 第1 枚)

志 望 学 部	受 験 番 号
学部	

注 意
(1) 志望学部(1 か所)と, 受験番号(2 か所)を記入すること。
(2) 解答は下線から下部に書くこと。下線から上部, および裏面には解答を書かないこと。

解答用紙

1

採 点

受 験 番 号					

数 学	採 点
(3—2)	

数 学

(3枚中の 第2枚)

志 望 学 部	受 験 番 号
学部	

注 意
(1) 志望学部(1か所)と、受験番号(2か所)を記入すること。
(2) 解答は下線から下部に書くこと。下線から上部、および裏面には解答を書かないこと。

解答用紙

採 点

受 験 番 号						

数 学	採 点
(3—3)	

見
本

数 学

(3枚中の 第3枚)

志 望 学 部	受 験 番 号
学部	

注 意
(1) 志望学部(1か所)と、受験番号(2か所)を記入すること。
(2) 解答は下線から下部に書くこと。下線から上部、および裏面には解答を書かないこと。

解答用紙

採 点

